

Viro Celeberrimo,

**R I C H A R D O   M E A D, M.D.**

Collegii Medicorum *Londinensium* & Socie-  
tatis Regiæ Socio. S. P. D.

*Jacobus Furin, M.D. & Reg. Soc. S.*

**A**PLOGIAM PRÆSTANTISSIMI VIRI, *Jacobi Keili*, qui acerbâ nuper & immaturâ morte præceptus magnum sui desiderium Eruditis reliquit, studiose pervolvimus. Quam inter legendum singularem simul candissimi Ingenii humanitatem, quâ nosmet, utut à placitis suis dissentientes, excipere dignatus est, simul Animi magnitudinem, & studium in Rempublicam Literariam tanto Viro dignum, magnâ admiratione prosequemur. Huic enim ille non solum per omnem vitæ cursum diligentem & strenuam operam navavit, sed etiam pulcherrimo Exemplo, confessus jam atroci morbo & se perire sentiens, eruditam illam Epistolam tanquam supremi amoris pignus, eidem legavit. Cui tamen necessario nobis respondendum est, non sane quod acerrimo tuo Judicio diffidamus, sed ne aliis Lectoribus minus idoneis impedimento esse possit, ad rectam sententiam ferendam, Viri illius Doctissimi Auctoritas. Accipe igitur, Vir Clarissime, quæ in ejus defensione minus recte tradita censemus, & tuum simul Arbitrium esto, utrum contentionis abrepti studio iniquiores



simus ipsius Manibus, an ita disputemus, ut qui de Veritate potius quam de Victoria simus solliciti.

Queritur primo Vir Clarissimus, quod sese una cum Doctissimis Viris *Borello*, & *Morlando*, tanquam Cordis Motum cum pondere inertii conferentem, injuste perstrinxerim. Ego certe, cum prius notassem Motum quendam Sanguinis & Arteriarum ex Cordis Vi oriri, dixi tandem sciri non posse Cordis Potentiam quanta sit, nisi Motus hujusc<sup>e</sup> quantitatam cognitam teneamus: Motum vero quemlibet cum pondere quiescente comparari non magis posse, quam Lineam cum Rectangulo. Quibus verbis id significare volui, Doctissimos Viros non quidem diserte Motum Cordis cum pondere quiescente comparare, sed ipsos, cum Cordis Potentiam per pondus exponerent, nullam ostendisse rationem, quâ Motûs quantitas ex Cordis Potentiâ oriundi posset estimari. Ex hâc Objectione, si recte assessor mentem Viri Clarissimi, ita sese expedire conatur. Cordis Potentia in pressione consistit, eamque æquabiliter in Sanguinem impendit, eodem prorsus modo, quo Gravitatis vis deorsum pondus impellit, & actione perpetuâ in motum accelerat. Proinde, cum Cordis Potentia ponderi per Corollarium *Newtonianum* definita æqualis est, ea Motum eundem durante Systole in Sanguinem imprimet, quem pondus istud eodem tempore cadendo per Gravitatis Vim comparabit. Ita vero cum mentem suam exponit Vir Cl. sublatum iri penitus Objectionem istam nostram constemur; si nimirum Cordis Potentia prædicto ponderi æqualis sit, eademque consistat in æquabili pressione per totam Systolen continuatâ. Atqui ex duabus istis Propositionibus posteriorem neutiquam probare conatur Vir Doctissimus, sed Hypothesew loco ponit; quamvis nos rationibus quibusdam adductis contrariam Sententiam conati sumus verisimiliorem reddere; nempe, quod Cordis Potentia nequaquam æquabiliter agat

in Sanguinem per totam Systolen, sed cum totas vires exigua temporis particulâ collegerit, inde uno impetu in Sanguinem irruat, eumque ex Ventriculis expellat, eo modo quem in Dissertatione nostrâ Epistolari fusiū exposuimus. Priorem vero Propositionem, etiam concessâ Viro Cl. istâ Hypothesi, falsam esse mox demonstrabimus.

Corollarii *Newtoniani* sensum quod attinet, nolumus Lectori molestiam nimiam facessere, cum neque putemus ejus interesse uter *Newtoni* mentem rectius acceperit; neque ita perspicue sententiam suam exposuerit Doctissimus Adversarius, quin periculum sit, ne aliquem ei sensum affingamus, quem ipse forsitan, si posset adhuc se defendere, foret repudiaturus. Id vero adnotasse operæ pretium erit, quod cum loquatur *Keillius* de Vi quâ ex Orificio aliquo aqua exprimitur, *Newtonus* nullum omnino verbum in isto Corollario posuerit, quo Aqua per Vim aliquam exprimi significetur; sed pondus solum determinaverit æquale isti Vi, quâ totus Aquæ effluentis Motus generari potest, sive quod Gravitatis Vi cadendo Motum comparare potest Motui aquæ eodem tempore effluentis æqualem.

Quod autem Corollarium illud, si non male intellexerit Vir Cl. certe non satis apte usurparit, facile perspiciet Lector Eruditus, qui animum adverterit, quid intersit discriminis inter effluxum aquæ ex foramine in fundo vasis semper pleni, quomodo à *Newtono* consideratur in eo Corollario, & effluxum Sanguinis ex Corde in Aortam. In casu enim priori aqua jam totam velocitatem comparavit, & per datum temporis spatium æquabiliter effluit ex foramine. At Cordis Vis per Hypothesin *Keillianam*, applicatur Sanguini in Ventriculo quietenti, & eum primo temporis momento velocitate infinite parvâ versus Aortam propellit; continuatâ vero æquabili pressione tandem ei finitam ve-

locitatem imprimit, eamque perpetim auget, donec omnem Sanguinem ex Ventriculo expulerit.

Rursum in casu Newtoniano consideratur Motus non quidem totius aquæ Cataractâ contentæ, quæ omnis in motu constituta est, & diversâ velocitate versus exitum tendit, sed aquæ solum in ipso foramine positæ & jam exilientis. Vis autem Cordis toti Sanguinis moli Ventriculo contentæ Motum imprimit, totamque Aortam versus propellit.

Denique negamus pondus quinque unciarum, à Viro Cl. determinatum, posse eam Motus quantitatem durante Cordis Systole per Gravitatis Vim comparare, quam Cordis Potentia producit, concessâ etiam ei Hypothesi istâ, quod Cordis Potentia in æquabili pressione consistat. Per hanc enim Hypothesin erit Motus à Ventriculi sinistri Potentiâ producâs, ex Calculo nostro [Tranſ. Numb. 359. p. 932, 934.] æqualis Motui Ponderis Octodecim librarum circiter, quod singulis minutis secundis longitudinem uncialem percurrat. Motus autem, quem pondus quinque unciarum durante Cordis Systole, si tollatur omnis Arteriarum & Sanguinis præcedentis resistentia, sive decimâ parte minuti secundi, per Gravitatis Vim comparabit, æquabitur fere Motui Ponderis duodecim librarum, quod suprapositiâ velocitate moveatur. Quod si cui libuerit adsumptâ hâc Hypothesi verum pondus definire, quod Cordis Potentia æquale est, is posito Calculo elicit pondus unciarum circiter septem cum semisse. Hoc enim durante Systole Cordis eundem fere Motum cadendo comparabit, quem producit ipsa Cordis Potentia.

Sed inquiet forsitan aliquis discrimen modo expositum inter Motum à Keilliano pondere acquisitum, & Motum ex Potentia Cordis oriundum inde proficisci potuisse, quod forte minus accuratæ fuerint positiones illæ, quibus Charakteres Algebraicos in Calculo nostro ad numeros revo-

revocavimus. Cui dubio ut occurramus, & ostendamus simul nos longe majus discriminem inventuros fuisse, nisi contigisset ut positiones istæ *Keillio* faverent; operæ pretium erit casum aliquem simpliciorem adsumere, quo data moles aquæ, per datum orificium, dato tempore, per vim aliquam sive pressionem æquabilem exprimatur, quæ sunt conditiones ab Adversario positæ ad Potentiam Cordis definiendam.

In eo autem casu demonstrabimus neque Motum aquæ effluentis, neque Motum toti tandem moli aquæ per Vim illam impressum, Motui aquæ in Corollario Newtoniano; neque Vim eam sive pressionem, ponderi per istud Corollarium definito, æquari. Quod si præstare licuerit, corruat funditus necesse est tota demonstratio *Keilliana*.

Adsumemus igitur Cylindrum aquæ datum, tubo Cylindrico infinitæ longitudinis contentum; eritque pro orificio ista sectio tubi ad quam pertingit utralibet aquæ superficies, alteri autem superficie Vis applicabitur ope Emboli eâdem Diametro cum ipso tubo. Perfluat jam dato tempore data quævis aquæ quantitas per dictam sectionem tubi; tum alia quantitas æqualis per foramen pari Diametro factum in fundo vasis, quod more Newtoniano usque plenum conservatur: & primo loco dispiciamus, utrum pares futuri sint in utroque casu Motus aquæ effluentis.

\* Exponatur tempus effluxus aquæ per rectam A C, velocitas autem æquabilis, qua aqua effluit ex foramine in fundo vasis per rectam A B. Unde moles aquæ effluentis ex foramine, cum sit in ratione temporis & velocitatis conjunctim, exponetur per Rectangulum A B C D; & Motus ejusdem exponetur per solidum Parallelepipedon, ex eodem Rectangulo ducto in altitudinem A B, quippe qui sit in ratione composita ex rationibus molis & velocitatis.

---

\* *Vide Fig. II.*

In casu altero, ubi aqua per tubum Cylindricum fluit, tempus, ut prius, exponetur per eandem rectam A C; velocitas autem aquæ erit in ratione temporis, quippe cum vis adhibita, ex Hypothesi, in datam aquæ molem æquabiliter agat, & proinde repræsentabitur per rectam mutabilem F G, rectæ A F, sive temporis ab initio effluxus, proportionalem. Molecula autem aquæ, particulâ temporis F H prædictam sectionem præterfluens, exponetur per Rectangulum ex ipsâ F H ductâ in exponentem velocitatis F G; vel si evanescere intelligatur rectula F H, per Trapezium F G I H. & moles aquæ toto tempore A C præterfluens significabitur per Triangulum rectangulum A C E. Et quoniam ex Hypothesi moles ista moli aquæ in casu priore effluenti æqualis est, erit Triangulum A C E æquale Rectangulo A B D C; unde C E, sive velocitas acquisita in fine temporis A C, dupla erit velocitatis C D sive A B, quâ aqua ex foramine in fundo vasis effuebat. Motus autem aquæ particulâ temporis F H præterlabentis, cum sit in ratione molis & velocitatis conjunctim, exponetur per Prismæ evanescens, quod fit ex Trapezio F G I H ducto in velocitatem F G: Unde totus Motus aquæ toto tempore A C præterfluentis exponetur per Pyramidem, cujus basis est Quadratum rectæ C E, cuiusque altitudo perpendicularis est ipsa A C. Quæ Pyramis cum sit ad Parallelepipedon casu priore definitum, ut 4 ad 3, erunt quoque Motus aquæ effluentis in utroque casu in eadem ratione, & proinde inæquales, quod primo loco demonstrandum suscepimus.

Proximum est, ut ostendamus Motum tandem impressum toti aquæ tubo contentæ non esse æqualem Motui in exemplo primo determinato. Hic autem, cum tota ista moles aquæ per positiones supra scriptas neutriquam definita sit, adsumemus eam æqualem molli expositæ per Rectangulum A B C D, quæ in casu

primo effluit ex foramine, quæque in secundo sectionem dictam præterfluit. Unde cum totus Motus ei tandem impressus sit in ratione molis & velocitatis in fine acquisitæ, idem exponetur per Parallelepipedon ex Rectangulo A B D C ducto in rectam C E. Hoc autem est ad Parallelepipedon, primo casu definitum, ex eodem Rectangulo & rectâ C D, ut altitudo C E ad altitudinem C D, sive in ratione duplâ. Porro, cum mollem aquæ tubo contentæ per quodvis aliud Rectangulum, loco Rectanguli A B C D, exponere licuisset, patet inde Motum hunc posse quamlibet rationem ad Motum primo casu definitum obtainere, & idcirco nequaquam eidem esse æqualem. Quod erat secundo loco demonstrandum.

Supereft, ut ostendamus Vim in hoc casu adhibitam ponderi per Corollarium *Newtonianum* definito non esse æqualem. Hæc autem Vis & vis Gravitatis agens in istud pondus, cum ambæ sint æquabiles, erunt in ratione Motuum ex iisdem dato tempore productorum. Quos cum inæquales esse modo demonstratum sit, erunt illæ Vires itidem inæquales. Quod erat demonstrandum postremo.

Pergit Vir Cl. ad alterum illud vitium, quod ego in ejus solutione reprehenderam, nempe quod velocitatem Sanguinis ex Corde effluentis æquabilem posuerit, quam insigniter inæqualem fieri à me demonstratum est. Negat autem se æquabilem velocitatem Sanguini tribuisse, sed pro summâ diversarum omnium velocitatum velocitatem mediā usurpasse. Præterea nondum satis sibi constare dicit, utrum æqualis vel inæqualis sit Sanguinis ejecti velocitas, sed quæ pro æquali velocitate stat ratio, eam sibi firmiorem videri. Utrum vero, qui velocitatem Sanguinis inventurus mollem Sanguinis expulsi ad orificium Aortæ applicat, nullâ factâ mentione neque diversarum velocitatum, neque velocitatis

tatis mediæ, velocitatem Sanguinis æquabilem ponat, penes æquum Lectorem sit Judicium. Idem quoque facile æstimabit, utrum Vis aliqua sive pressio fluido in vase quiescenti applicata, quæ est Hypothesis Viri Doctissimi, id fluidum primo temporis momento, eadem velocitate quâ in fine, propulsura sit.

Postquam ita satisfactum putat Vir Cl. iis Objecti-  
nibus, quas contra priorem suam Methodum attule-  
ram, jam ad alteram illam faciliorem vindicandam ac-  
cedit. In hac Ego animadverteram Virum Cl. adsu-  
mere istam Propositionem, quod Vires Cordis in diver-  
sis Animalibus sint in ratione ponderum, item ponere  
velocitatem Sanguinis ex secâ Iliacâ Arteriâ profluen-  
tis æqualem ei, quâ Sanguis ex Corde in Aortam emit-  
titur; quas ambas positiones falsas esse nobis demon-  
stratum est. Vitium posterius non defendit Vir Cl.  
prius vero tuetur Borelli & aliorum Doctorum Viro-  
rum auctoritate, qui assumptionem istam sèpius usur-  
parunt. Ita quidem, & nos ejusmodi assumptionem  
in *Borello* reprehendimus, neque valet cujusquam au-  
ctoritas contra legitimam demonstrationem. Superest  
ergo Viro Cl. ad examen revocanda nostra demonstra-  
tio. Hanc autem fallaci quodam Principio inniti pu-  
tat, quo cum omnia Theoremeta nostra superstructa  
sint, communi ruinâ omnia involvit. Ait enim me  
ponere, quod Ventriculi Cordis, tanquam solidum cor-  
pus datâ velocitate motum, in Sanguinem impingunt,  
eoque ictu Motus sui partem eidem communicant.  
Quam Hypothesin Motui neque Sanguinis, neque  
Cordis, neque Aeris ex Pulmone expressi, competere  
censet Vir Clarissimus.

Quod Pulmonem attinet, quoniam hoc obiter attin-  
gere voluit Vir D. agnosco me considerasse Pulmonem inter  
contrahendum tanquam datâ velocitate impingentem in  
Aerem contentum, idque consulto fecisse profiteor.

Quum

Quum enim tum *Bellinus*, tum alii multi Viri Doctissimi, quos inter eminet Cl. Adversarius, multa protulerint de Vi illâ, quâ Aer inter exspirandum in Sanguinem Pulmones præterfluentem agit, ejusque moleculas dissolvit; quam solutionem ipso exspirationis initio censem accidere; mihi propositum erat hanc ipsorum sententiam ad trutinam revocare. Videbam autem, quod, si aerem per Vim æquabilem sive pressionem expelli statuerem. Motus aeri à Pulmone impressus initio exspirandi, sive reactio aeris in Pulmonem, adeoque in Sanguinem præterfluentem, pro quantitate infinite parvâ habenda erat, adeoque nihil omnino eorum effectum, quæ ipsi adscribantur, præstare poterat. Ita vero si fecisset, jure questuros putabam *Bellini* sequaces, quod inique secum ageretur; quippe cum rejicitur ipsorum sententia propter demonstrationem ex Hypothesi arbitriâ & eâdem omnium adversissimâ deductam. Malui igitur ex illâ Hypothesi demonstrationem deducere, quæ omnium maxime ipsis faveret, maximamque Motus quantitatem exspirandi initio aeri tribueret. Hæc autem erat, quâ ponebatur Pulmo initio exspirationis datâ velocitate in Aerem impingere.

Cæterum in Potentiâ Cordis definiendâ istam quidem Hypothesin, quâ ipsius Ventriculi, omni impetu momento temporis concepto, tanquam solidum corpus datâ velocitate præditum, in Sanguinem irruunt, primo loco propono, tanquam omnium simplicissimam, ex eâque solutionem deduco. Atqui deinde considero tum eam Hypothesin, quâ Ventriculi Cordis Motum omnem suum particulâ temporis admodum parvâ concipiunt, quæque mihi veri simillima videtur, tum ipsam Hypothesin *Keillianam*, atque alias infinitas, iisque omnibus solutionem meam accommodo. Adeo ut, sive istud Principium incertum & fallax, sive verum & stabile

reperiatur, nihil exinde solutionis nostræ certitudini de-  
trahatur.

Non tamen videmus aliquid argumenti allatum, quo minus istam positionem nobis adhibere, pari jure atque Viro Cl. contrariam illam de Vi sive pressione usurpare licuerit. Nihil sane spatii inter parietes Ventriculorum & Sanguinem intercedere non diffitemur, & tamen quare res ictu peragi nequeat nondum liquet. Certe, si Cubo Globum contingentem ictus imprimatur, Cubus partem Motus sibi impressi Globo communica-bit pari facilitate, ac si spatium inter eos intercesserit.

At hæc sunt corpora solida, & ubi de fluidorum Motu agitur, longe alia res est. Discrimen sane inter ictus corporum solidorum, & actionem sive solidi in fluidum, sive fluidi in solidum, fusius exponit Vir Cl. quod discrimen cum me minus advertisse censeat, ex eo fonte fluere pronunciat quicquid Erroris in meis Propositionibus continetur. Ego vero differentiam istam ut recte traditam a Viro Cl. lubens admitto, & aio me communem illam doctrinam neutiquam igno-rasse, cum nihil frequentius in Mechanicis scriptoribus occurrat, sed casus quosdam novos exposuisse, quibus ea doctrina cum adhiberi nequiret, alia erat ineunda ratio atque hactenus fuerat usurpata. Ea tribus verbis absolvvi potest. Nam, ut exemplo facillimo utamur, quiescere ponatur Cylindrus aquæ datæ longitudinis in dato tubo, & moveatur per istum tubum Cylindrus aliis solidus pari diametro, ac datâ velocitate in Cylindrum aqueum impingat. Quid inde futurum est? Nem-pe totus Cylindrus aquæ eo ictu in motum ciebitur, pari ratione, ac si fuisset & ipse solidus Cylindrus: alter vero Cylindrus Motus sui partem momento temporis deperdet, & ambo Cylindri communi velocitate per tubum deferentur. Simili modo res eveniet, si Cy-lindrus aqueus per tubum fluens Cylindro solido quies-  
centi

centi impegerit. Quod si Cylindrus aqueus data velocitate per tubum feratur, eique occurrat Cylindrus solidus alià velocitate, ita ut quantitates Motuum Cylindri aquei & solidi utrinque pares sint, jam momento temporis destruetur utriusque Cylindri Motus, pariter ac si duo solida corpora æquali Motu prædicta sibi mutuo occurrant. Casus magis compositos quoscunque ex dissertatione nostrâ de Motu Aquarum fluentium facile eruet Lector Eruditus, idemque simul videbit, quomodo id fieri possit, quod Adversarium Cl. præcipue torsisse videtur, nempe, quod Sanguinem toto impletu ex Ventriculo ruentem fisti posse docuerim, occurrrente in contrarium corpore solido datâ Motus quantitate prædicto.

Quod autem nos amicè admodum hortatur Vir Candidissimus, ut sepositâ nostrâ de Vasorum iectu Hypothesi, & Vi pressuræ, quâ Naturam uti censet, pro Principio adhibitâ, Theorematata alia construamus; id profecto, nisi gravi morbo impeditus perfunctorie prorsus evolvisset nostram Dissertationem, dudum à nobis præstitum animadvertere potuisset. Quum enim ponimus Motum Cordis in ratione temporis augeri, eâdem utique Hypothesi utimur, ac si Vim pressionis adhibeamus. Hoc autem posito, Motum ex Cordis Potentiâ oriundum determinavimus, duplo scilicet majorem quam ubi Ventriculorum iectu res peragitur. Calculum vero ipsum, ut satis facilem & priori nostro similem, Lectori reliquimus instituendum. Quæ autem sequuntur Theorematata & in iis Theorema quintum, quod reiciendum statuit Vir Cl. tanquam ex Hypothesi de Ventriculorum iectu deductum, neutiquam pendent ex istâ Hypothesi, sed ex ipsâ Hypothesi Doctissimi Adversarii pari facilitate demonstrantur.

Nequaquam dubitamus, quin ipse Vir Cl. quid ista veri habeant, si in vivis adhuc ageret, pro suâ sagaci-

tate facile perspecturus foret; jam vero, quoniam egregium illud Rei Medicæ Lumen amisimus, eadem aliis Eruditis perpendenda simul proponimus & dijudicanda. Tibi præsertim, Vir Doctissime, cuius auctoritatem & ille plurimi fecit, & nos præcipuam habemus, Judici simul integerrimo & maxime idoneo, totam istam disputationem lubentissime subjicimus.

---

*III. Methodus Differentialis Newtoniana Illustrata.  
Authore Jacobo Stirling, è Coll. Balliol. Oxon.*

**A**RITHMETICÆ pars præcipua consistit in inveniendâ in numeris quantitate quâcunque determinatâ; cum vero quantitatum & numerorum natura non patiatur ut omnes quantitates exhibeantur in numeris accurate, necesse habemus ad Approximationes confugere. Hoc est, ubi quantitatum valores mathematice accurati nequeunt obtineri, quærendi sunt ii qui ab accuratis distant minus datâ quâvis differentiâ.

Quicquid hâc de re à Veteribus ad nos pervenit, vel est particulare, ut Methodus eorum reducendi Æquationes Quadraticas; vel saltem usibus generalibus male destinatum, ut Methodus Exhaustionum. *Viete* quidem primus erat qui aliquid generale in hâc arte assequutus est: quippe invenit methodum reducendi Æquationes Rationales, quæ solæ tunc in usu erant. In hâc acquievêre omnes Geometræ ex ejus temporibus usque ad ea *Newtoni*. Hic ex Interpolationibus primo pervenit ad Series: quas postea ad reductionem Æquationum omnium omnino generum universaliter applicuit. Hâc autem methodus procedit per quantitatum nascentium & evanescientium rationes primas & ultimas, seu si ita loqui liceat, per quantitatum coincidentium

